一种多带多 Chirp 基调制解调技术 *

肖绵合，郑　霖，杨　超

(桂林电子科技大学 广西无线宽带通信与信号处理重点实验室，广西 桂林 541004)

摘　要：多带线性调频二进制开关键控(Chirp-BOK)调制是在线性调频(Chirp)信号基础上合成的，其传统的检测方案匹配滤波法存在非相关项自干扰问题，在子带个数较多或 Chirp 基的时带宽积较小情况下误码性能较差。建立了一种多带 Chirp 信号的数学模型并提出一种简易的调制框图，基于该模型，采用最小二乘法解决了匹配滤波法自干扰问题，相比于匹配滤波法，具有较好的信干噪比增益。更进一步地，通过分析多带 Chirp-BOK 技术缺陷提出一种多带多 Chirp 基调制技术(MMCM)。MMCM 技术可以灵活地调整码率与扩频增益之间的关系。仿真表明，扩频增益为 0dB 情况下，MMCM 与 OFDM 技术有相同频带利用率；对于 MMCM 的信源组个数为 J 与时带宽积为 P 的情况，系统处理增益为 P/J。

关键词：多带 Chirp-BOK；MMCM 技术；线性调频基

中图分类号：TN928　　doi: 10.3969/j.issn.1001-3695.2018.02.0108

Technique of modulation and demodulation based on multi-carrier and multi Chirp-basis

Xiao Mianhe, Zheng Lin, Yang Chao

(1. *Processing Key Laboratory of Wideband Wireless Communications & Signal*, *Guilin University of Electronic Science & Technology*, *Guilin Guangxi* 541004, *China*)

Abstract: The multi-band Chirp-BOK modulation is based on Chirp signal, which has problem of non-related items self-interference in traditional detection scheme——matching filtering method(MF) . The MF has lower bit error rate performance in the case of a larger number of sub-bands or smaller Chirp-based bandwidth. This paper established a mathematical model with multi-band Chirp signals and proposed a simple modulation block diagram. Based on the model, it could use the least square(LS) method to solve the self-interference problem of matched filter. LS method can provide a better SNR gain compared with the MF. Further, we propose a multi-band multi-chirp-based modulation technique (MMCM) by analyzing the multi-band Chirp-BOK technique. MMCM technology can flexibly adjust the relationship between code rate and spread-spectrum gain. MMCM has the same frequency band utilization as OFDM technology with spread spectrum gain of 0dB. For the case that the number of source groups of MMCM is J and the time-bandwidth product is P, the system processing gain is P / J.

Key words: multi-band chirp-BOK; MMCM; Chirp-based

0　引言

由于线性调频信号(Chirp)抗噪、抗多普勒频移能力较强，其被广泛应用与雷达、水声通信、低功耗系统中[1~3]；典型物理层 Chirp 扩频通信系统标准有 Lora、IEEE802.15.4a 等[4,5]。扩频通信中心思想是以牺牲带宽换取扩频增益，从而获得较远的通信距离。未来的扩频通信不但需要扩频增益，同时也需要高通信速率，而大带宽多带 Chirp 信号能够满足上述需求，因此多带 Chirp 信号被广泛研究。

近年来，以 Chirp 信号为基础的时-频域调制取得了一定进展。Chirp 调制可以分为两大类：二进制正交键控（BOK）[6]、直接调制（DM）[7]。对于单带 Chirp-BOK 体制，它使用上扫频 Chirp 信号和下扫频 Chirp 信号分别代表数字信号 0/1，其在大时带宽积情况下有良好的误码性能。为了继承 Chirp-BOK 信号高扩频增益且易于实现等特点并为了提升频带利用率，多带 Chirp-BOK 体制是一种合理的选择。但传统的多带 Chirp-BOK 调制解调方法局限性很大，主要分为三个方面：a）调制方法，文献[8]波形合成采用存储叠加的方法，在子带个数较多的情况下，不易于硬件实现且灵活性较低，无法方便地调整时带宽积参数;b)传统的 Chirp-BOK 解调采用的匹配滤波法存在非相关

收稿日期：2018-02-06；**修回日期**：2018-03-25　**基金项目**：国家自然科学基金资助项目（61571143，61371107）；通信网信息传输与分发技术重点实验室开放课题（KX172600033）

作者简介：肖绵合（1991-），男，硕士研究生，主要研究方向为宽带无线通信、软件无线电（maswell@maswell.tech）；郑霖（1973-），男，教授，博士，主要研究方向为宽带无线通信、无线传感器网络；杨超（1989-），男，博士研究生，主要研究方向为雷达通信一体化信号处理.

项自干扰的问题，只有在子带个数较少、时带宽积较大的情况下才有良好的误码性能以及实用性；c)频带利用率低下，其时-频域上仍然有大量空闲时频格点可填充。与 BOK 信号相异的分支是直接扩频调制，直接扩频调制是将已有的基带信号直接与 Chirp 信号相乘。而多带直接调制有 OFDM-Chirp、OCDM、基于分数傅里叶变换的通信系统等[9~11]。OFDM 信号可以使用方程 $\boldsymbol{s}=\boldsymbol{W}_N^{-1}\boldsymbol{a}$ 描述，而 OFDM-Chirp 发射信号可以使用方程 $\boldsymbol{s}=\boldsymbol{C}\boldsymbol{W}_N^{-1}\boldsymbol{a}$ 描述；OCDM 发射信号可以使用方程 $\boldsymbol{s}=\boldsymbol{\Theta}_1^*\boldsymbol{W}_N^{-1}\boldsymbol{\Theta}_2^*\boldsymbol{a}$ 描述；其中 $\boldsymbol{\Theta}_1^*$、$\boldsymbol{\Theta}_2^*$、$\boldsymbol{C}$ 均为对角阵，上述三者本质上可以对等，都是基于 OFDM 信号的直接扩频系统。虽然 OCDM/OFDM-Chirp 使用 Chirp 信号做扩频调制在一定程度上可以抵抗时变信道的时延-多普勒弥散问题[12]，但其都已经丧失了 Chirp 扩频通信的信噪比增益。

为此，本文基于上述技术，通过解决多带 Chirp-BOK 匹配滤波自带干扰解调的问题提出一种低复杂度的频域匹配方案，通过进一步改进该方案，提出一种多载波多 Chirp 基通信系统（MMCM）。MMCM 可以灵活地调整 Chirp 基的时带宽积并且具有较低实现复杂度。

1 多带 Chirp-BOK 信号

1.1 单带 Chirp-BOK

考虑随时间线性变化的 Chirp 信号，其相位随时间呈二次曲线变化。

$$s(t)=\begin{cases} ae^{j\pi\mu t^2}, & 0\le t\le T \\ 0, & other \end{cases} \tag{1}$$

其中：a 是 Chirp 信号的幅度；$\mu=B/T$ 是 Chirp 信号的调频斜率；T 是 Chirp 信号的周期；B 是 Chirp 信号的带宽。多带 Chirp 信号是在单带 Chirp 信号的基础上在间隔 ΔB_m 的频带上叠加不同中心频率的 Chirp 信号。多带 Chirp 信号的数学表达式为

$$s(t)=\sum_{m=0}^{M-1}a_m e^{j\pi\mu t^2}e^{j2\pi m\Delta B_m t} \tag{2}$$

其中：m 为子载波序号，M 为总的子载波个数，a_m 为各自子载波的幅度。图 1 给出了单带 Chirp 信号以及多带 Chirp 信号示意图。

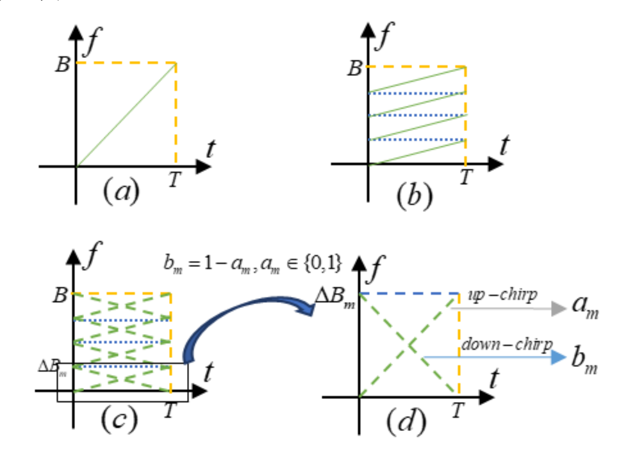


图 1 (a) 单带 Chirp. (b) 多带 Chirp. (c)/(d) 多带 Chirp-BOK.

文献[13]给出了单带 Chirp-BOK 的数学表达式。以上扫频调频信号(Up-Chirp)：$Ch_{up}=(2/T_c)e^{j\pi\mu t^2}$ 代表发射数字信号 1；以扫频调频信号 Down-Chirp：$Ch_{dn}=(2/T_c)e^{-j\pi\mu t^2}$ 代表发射数字信号 0，其中 $|t|\le T_c/2$。在接收端使用相关器将发射信号匹配出来，对于相关项，它表现出来的是一个 sinc 函数，且有 $S_{corr}(t)=e^{\pm j\pi\mu t^2}[\sin(\pi\mu t(T_c-|t|))/(\pi T_c\mu t)]$。同时存在非相关项干扰：

$S_{uncorr}(t)=(e^{j\pi\mu t^2/2}/\sqrt{T_m B_w})[C(\pi(\sqrt{T_m B_w}-|t|\sqrt{\mu})^2/2)+jS(\pi(\sqrt{T_m B_w}-|t|\sqrt{\mu})^2/2]$ 其中 $C(z)$ 和 $S(z)$ 是菲涅尔积分变换。由此可见，Chirp-BOK 信号传统匹配滤波法存在非相关项自干扰的问题，而且显然当时带宽积 $T_m B_w$ 越小，其非相关项干扰值越大。本节的目的在于解决该问题，并将之扩展到多带系统中。

1.2 多带 Chirp-BOK 模型

单带 Chirp-BOK 系统中存在非相关项干扰，多带系统中同样存在，为了解决该问题，首先将式（1）离散化。定义 Δf 为子载波的最小频移量，N 为一个周期内总采样点数，则 $\Delta f=f_s/N=1/T$。考虑到 $\mu=B/T$，B 为单带 Chirp 信号的带宽，定义时带宽积 $P=TB$，于是 $B=P/T=P\Delta f=Pf_s/N$，$\mu=P\Delta f^2$。另外，假设子带间隔为最小频率间隔的整数倍 $\Delta B_m=P\Delta f$。从而可以将式**错误!未找到引用源。**离散化为

$$s(n)=e^{j\pi P\left(\frac{n}{N}\right)^2}\sum_{m=0}^{M-1}a_m e^{j\frac{2\pi}{N}Pmn}, n=0,1,\cdots,N-1 \tag{3}$$

其中：M 为子带的总个数，N 为离散 Chirp 信号的长度。如果采样点数 N 满足 $N=MP$，那么，式**错误!未找到引用源。**恰好是序列 a_m 的逆傅里叶变换。Chirp-BOK 调制就可以描述成

$$s(n)=Me^{j\pi P\left(\frac{n}{N}\right)^2}\frac{1}{M}\sum_{m=0}^{M-1}a_m e^{j\frac{2\pi}{M}mn}+Me^{j2\pi P\frac{n}{N}-j\pi P\left(\frac{n}{N}\right)^2}\frac{1}{M}\sum_{m=0}^{M-1}b_m e^{j\frac{2\pi}{M}mn} \tag{4}$$

图 1(c)(d)给出了多带 Chirp-BOK 调制的时-频图案，根据 W_N^{nk} 的循环性，将式**错误!未找到引用源。**对 M 归一化写成矩阵形式为

$$\boldsymbol{s}=\left(\boldsymbol{o}_P\otimes\boldsymbol{W}_M^{-1}\boldsymbol{a}\right)\circ\boldsymbol{s}_{s+}+\left(\boldsymbol{o}_P\otimes\boldsymbol{W}_M^{-1}\boldsymbol{b}\right)\circ\boldsymbol{s}_{s-} \tag{5}$$

$$\boldsymbol{s}=\boldsymbol{S}_{s+}\boldsymbol{E}_{N,M}\boldsymbol{W}_M^{-1}\boldsymbol{a}+\boldsymbol{S}_{s-}\boldsymbol{E}_{N,M}\boldsymbol{W}_M^{-1}\boldsymbol{b} \tag{6}$$

其中：$\boldsymbol{a}=\begin{bmatrix}a_0 & a_1 & \cdots & a_{M-1}\end{bmatrix}^T$，$\boldsymbol{b}=\begin{bmatrix}b_0 & b_1 & \cdots & b_{M-1}\end{bmatrix}^T$ 为信源矩阵；$\otimes$ 为克罗内克积；$\circ$ 为哈达玛积。对于 Chirp-BOK 调制而言，有 $b_m=1-a_m, a_m\in\{0,1\}$。傅里叶变换矩阵 $\boldsymbol{W}_N$ 是由 $W_N^{nk}=e^{-j2\pi nk/N}$ 为元素构成的矩阵。矩阵 $\boldsymbol{o}_P\triangleq[1,1,1,\cdots,1]^T$ 为全 1 矩阵且 $\boldsymbol{o}_P$ 的大小为 $P\times1$。全 1 矩阵 $\boldsymbol{o}_M\triangleq[1,1,1,\cdots,1]^T$，$\boldsymbol{o}_M$ 的大小为 $M\times1$。扩频向量矩阵 $\boldsymbol{s}_{s-}$ 是由序列 $e^{j2\pi P(k/N)-j\pi P(k/N)^2}, k=0,1,\ldots,N-1$ 构成的列向量；扩频向量 $\boldsymbol{s}_{s+}$ 是由序列 $e^{+j\pi P(k/N)^2}$ 构成的列向量，$\boldsymbol{s}_{s+}$ 和 $\boldsymbol{s}_{s-}$ 的大小为 $N\times1$。$\boldsymbol{S}_{s+}\triangleq diag(\boldsymbol{s}_{s+})$，$\boldsymbol{S}_{s-}\triangleq diag(\boldsymbol{s}_{s-})$，$\boldsymbol{E}_M$ 是大小为 $M\times M$ 的单位阵，$\boldsymbol{E}_{N\times M}=\boldsymbol{o}_P\otimes\boldsymbol{E}_M$。

由式**错误!未找到引用源。**可以看出，信源向量矩阵 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 的多带 Chirp 扩频调制可以简单地描述成 $\boldsymbol{s}=\boldsymbol{C}_+\boldsymbol{a}+\boldsymbol{C}_-\boldsymbol{b}$ 其中 $\boldsymbol{C}_+\triangleq\boldsymbol{S}_{s+}\boldsymbol{E}_{N,M}\boldsymbol{W}_M^{-1}$，$\boldsymbol{C}_-\triangleq\boldsymbol{S}_{s-}\boldsymbol{E}_{N,M}\boldsymbol{W}_M^{-1}$ 可以看出，$\boldsymbol{C}_+$、$\boldsymbol{C}_-$ 是一个 N 行 M 列的矩阵。按照多带 Chirp-BOK 调制的数学表达式**错误!未找到引用源。**，可以得出多带 Chirp-BOK 调制框图

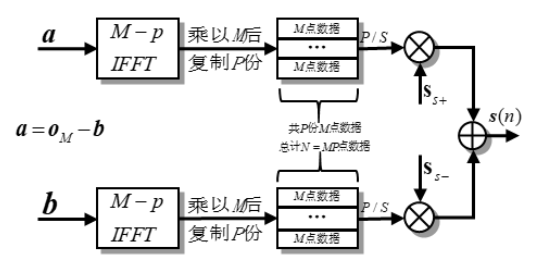


图 2　基于 IFFT 的多带 Chirp-BOK 调制框图

相比于文献[8]采用波形叠加方法实现多带 Chirp-BOK 调制，本文提供了一种易于硬件实现的调制方案。

1.3　基于 LS 的检测方法

对于检测方法，考虑多带 Chirp-BOK 调制模型 $\boldsymbol{s}=\boldsymbol{C}_{+}\boldsymbol{a}+\boldsymbol{C}_\boldsymbol{b}$ 以约束条件 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{o}_M-\boldsymbol{b}$ 且向量 $\boldsymbol{a}$ 以及向量 $\boldsymbol{b}$ 中的元素 $a_m,b_m\in\{0,1\}$。定义 $\boldsymbol{H}_c\triangleq[\boldsymbol{C}_{+}\quad \boldsymbol{C}_]$，于是 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{H}_c[\boldsymbol{a}^T\quad \boldsymbol{b}^T]^T$ 显然，当 $\boldsymbol{H}_c$ 的伪逆矩阵 $\boldsymbol{H}_c^{+}$ 存在时，方程是有解的。因此只需要保证 $rank(\boldsymbol{H}_c)=N\geq 2M$ 即可。

$$\begin{aligned}\boldsymbol{H}_c^{+}&=(\boldsymbol{H}_c^H\boldsymbol{H}_c)^{-1}\boldsymbol{H}_c^H=(\boldsymbol{E}_J\otimes\boldsymbol{W}_M)\boldsymbol{A}^{+}(\boldsymbol{o}_J\otimes\boldsymbol{E}_N)\\&\triangleq(\boldsymbol{E}_J\otimes\boldsymbol{W}_M)(\boldsymbol{o}_J^T\otimes[\boldsymbol{D}_a^T\quad \boldsymbol{D}_b^T]^T)(\boldsymbol{o}_J\otimes\boldsymbol{E}_N)\end{aligned}\tag{7}$$

对于 Chirp-BOK 而言，$J=2$，则 $\boldsymbol{E}_J$ 为 2×2 的单位阵；列向量 $\boldsymbol{o}_J=[1\ 1]^T$；$\boldsymbol{A}=(\boldsymbol{o}_J\otimes[\boldsymbol{S}_{s+}\quad \boldsymbol{S}_{s-}])(\boldsymbol{E}_J\otimes\boldsymbol{E}_{N,M})$；因此 $\boldsymbol{a}=2\boldsymbol{W}_M\boldsymbol{D}_a\boldsymbol{r}$，$\boldsymbol{b}=2\boldsymbol{W}_M\boldsymbol{D}_b\boldsymbol{r}$ 其中 A 矩阵可以使用计算机计算得出。事实上，由于 $\boldsymbol{S}_{s+}$、$\boldsymbol{S}_{s-}$ 是一个对角阵，使得矩阵 $\boldsymbol{D}_a$ 和 $\boldsymbol{D}_b$ 是一个稀疏矩阵，每一行上 N 个数据中只有 M 个位置上有数据，其他位置为零。另外，可以看出 $\boldsymbol{D}_a\boldsymbol{r}$、$\boldsymbol{D}_b\boldsymbol{r}$ 操作实际上只需要做 P 次乘法，这给系统的硬件实现提供了思路：将数据流串行处理，用传统 FIR 滤波器结构实现矩阵相乘操作，据此，提出一种基于最小二乘的多带 Chirp-BOK 调制解调方法。

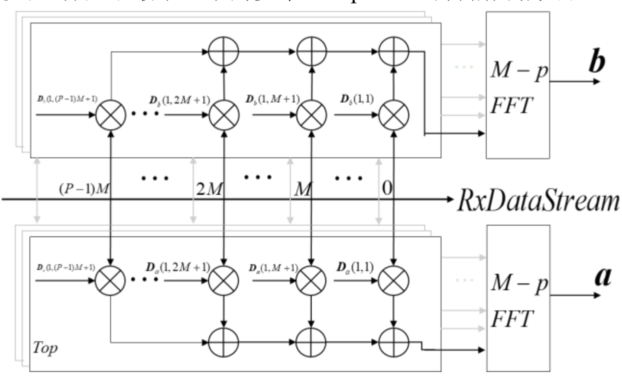


图 3　多带 Chirp-BOK 解调框图

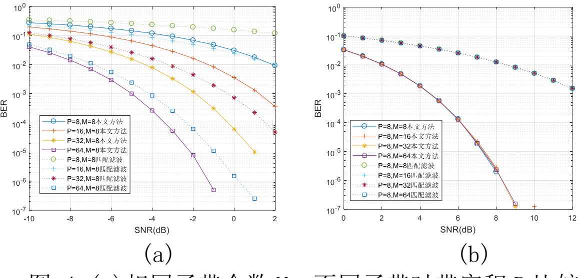


图 4　(a)相同子带个数 M，不同子带时带宽积 P 比较。
(b)相同子带时带宽积 P，不同子带个数 M 比较。

图 4(a)仿真表明，在相同子带个数 M 不同的子带时带宽积 P 的情况下，本文方法都取得了一定的信噪比增益；在 P 值较小的情况下，处理增益的改善是显著的；在 P 值越来越大的情况下，本文方法与传统匹配滤波方法的 BER 曲线趋于一致，这是由于随着 P 的增大，传统匹配法的相干项与非相干项的比值增大使得处理增益增大。图 4(b)仿真表明，本文方法相比于传统匹配法，在 BER=10^{-2} 情况下取得大约 3dB 的信噪比增益。另一方面，从 Chirp-BOK 信号的时-频框图上看，仍然有大量空闲的时频格点可用，这将可以进一步提升频谱利用率，本文的第二章将进一步研究这一问题。

2　多带多 Chirp 基调制解调技术

由多带 Chirp-BOK 调制模型及其约束条件 $\boldsymbol{s}=\boldsymbol{C}_{+}\boldsymbol{a}+\boldsymbol{C}_\boldsymbol{b}$ s.t. $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{o}_M-\boldsymbol{b}$，向量 $\boldsymbol{a}$ 以及向量 $\boldsymbol{b}$ 中的元素 $a_m,b_m\in\{0,1\}$。可以看出，约束条件是限制系统传输码率的一大因素。在本章节中，剔除约束条件，并在时-频域上充分填入线性 Chirp 基。

2.1　剔除约束条件

剔除约束条件 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{o}_M-\boldsymbol{b}$，这就意味着信源从实数 0/1 域扩展到复数域。如果使用传统的复矢量调制信源，对于 $\boldsymbol{s}=\boldsymbol{C}_{+}\boldsymbol{a}+\boldsymbol{C}_\boldsymbol{b}$ 调制，从式**错误!未找到引用源。**来看，复矢量调制改变了 Chirp 基的初始相位与幅度，并且，时频域上的 Up-Chirp/Down-Chirp 基是实时重叠的。图 5 剔除条件 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{o}_M-\boldsymbol{b}$，$a_m,b_m\in\{0,1\}$ 调制解调示意图描绘了重叠式多带 Chirp-BOK 调制解调示意图。对于 16QAM 的随机信源向量 $\boldsymbol{a}$ 以及向量 $\boldsymbol{b}$，在同带宽且子带个数 $M=8$ 时带宽积 $P=8$ 扩频基个数 $J=2$ 情况下 MMCM-16QAM 相比于 Chirp-BOK 的符号率提升了 16 倍，但距离传统的 OFDM-16QAM 符号率仍然有 P 倍差距。可以看出剔除约束条件 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{o}_M-\boldsymbol{b}$ 后，系统频谱利用率得到了提升。

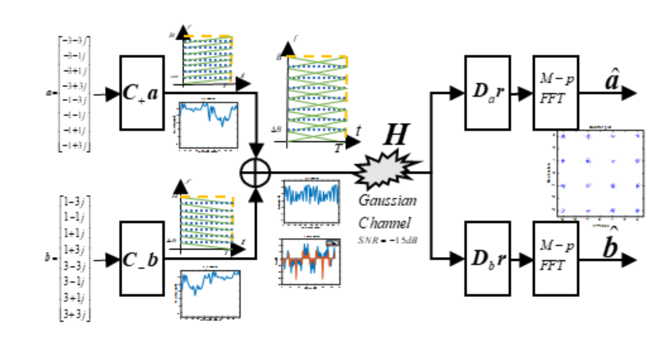


图 5　剔除条件 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{o}_M-\boldsymbol{b}$，$a_m,b_m\in\{0,1\}$ 调制解调示意图

2.2　引入 Chirp 扩频基

在上一节中，提出了一种多带 Chirp-BOK 信号的调制解调方案。从 Chirp-BOK 信号的时频格点角度来看，时-频域上还有很大的利用空间，考虑再填充其他正交 Chirp 信号。在这里，我们使用基于 Chirp 信号的短时频移正交信号**错误!未找到引用源。**，它是在 Chirp 信号 $e^{j\pi\mu t^2}$ 的基础上进行一定的时移得到另外一个正交信号 $e^{j\pi\mu(t-\tau)^2}$。假设系统需要使用 J 组正交扩频基，在这里，我们将原始 Chirp 扩频基对 N 均匀地平移 J 份，并统一地将由扩频基构成对角阵记为 $\boldsymbol{S}_{sj}$。使用 $\boldsymbol{S}_{sj}$ 扩频的多带 Chirp 调制过程记为 $\boldsymbol{C}_j=\boldsymbol{S}_{sj}\boldsymbol{E}_{N,M}M\boldsymbol{W}_M^{-1}$。那么，在传输矩阵 $\boldsymbol{H}_c=[\boldsymbol{C}_0\quad \boldsymbol{C}_1\quad\cdots\quad \boldsymbol{C}_{J-1}]$ 伪逆存在的条件下（$rank(\boldsymbol{H}_c)=JM$ 或 $P\geq J$）至多可以携带 J 组独立信源。我们将这种对 $\boldsymbol{M}$ 归一化的调制过程称为多带多 Chirp 基扩频调制(MMCM)

$$\boldsymbol{s}=\sum_{j=0}^{J-1}\boldsymbol{C}_j\boldsymbol{a}_j=\sum_{j=0}^{J-1}\boldsymbol{S}_{sj}\boldsymbol{E}_{N,M}\boldsymbol{W}_M^{-1}\boldsymbol{a}_j\tag{8}$$

其中 $\boldsymbol{S}_{sj}$ 是第 j 个扩频信号序列构成的对角阵，扩频序列的长度为 N，时带宽积为 P。对于传统的 OFDM 而言，有 $P=1,J=1$。如果让 $P=J>1$，这将使得 MMCM 的码率达到相同条件下的传统的 OFDM 码率。另一方面，P/J 为整数情况下，$\boldsymbol{C}_j$ 具有良好的正交性，即 $\boldsymbol{C}_j^H\boldsymbol{C}_j=(P/M)\boldsymbol{E}_M$（非归一化情况下有 $\boldsymbol{C}_j^H\boldsymbol{C}_j=N\boldsymbol{E}_M$）以及 $\boldsymbol{C}_i^H\boldsymbol{C}_j=\boldsymbol{0}_{M\times M},\forall i\neq j$。对于解调而言，显然有

$$\hat{\boldsymbol{a}}_j=\boldsymbol{W}_M\boldsymbol{E}_{M,N}\boldsymbol{S}_{sj}^H\boldsymbol{r}\times(M/P),\text{对}M\text{归一化}\tag{9}$$

$$\hat{\boldsymbol{a}}_j=\boldsymbol{W}_M\boldsymbol{E}_{M,N}\boldsymbol{S}_{sj}^H\boldsymbol{r}/N,\text{非归一化}\tag{10}$$

但这对 P/J 为非整数情况下并不成立。虽然另一方面，可以考虑传输矩阵 $\boldsymbol{H}_c=[\boldsymbol{C}_0 \quad \boldsymbol{C}_1 \quad \cdots \quad \boldsymbol{C}_{J-1}]$ 的伪逆存在的条件下（$P \ge J$）求解传输矩阵 $\boldsymbol{H}_c$ 的伪逆矩阵，虽然该方法不要求 Chirp 基的正交性，但复杂度较高，本文不深入研究该方法。根据上述数学模型，提出一种 MMCM 调制解调方案，如图 6/图 7 所示。

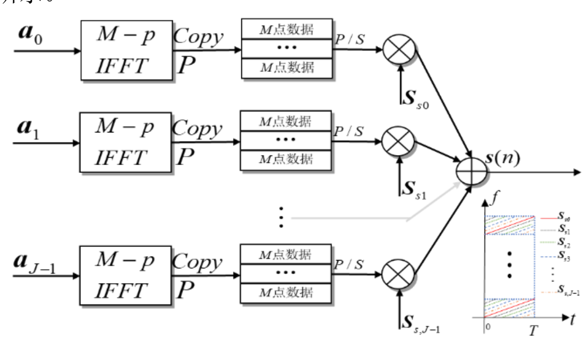


图 6 MMCM 调制方法

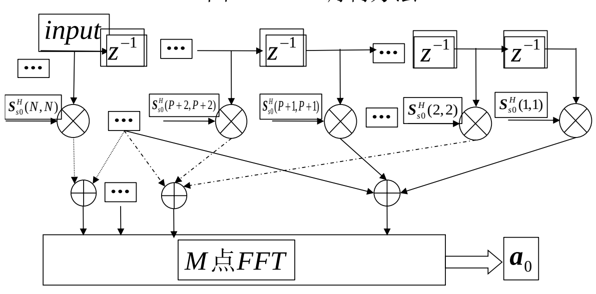


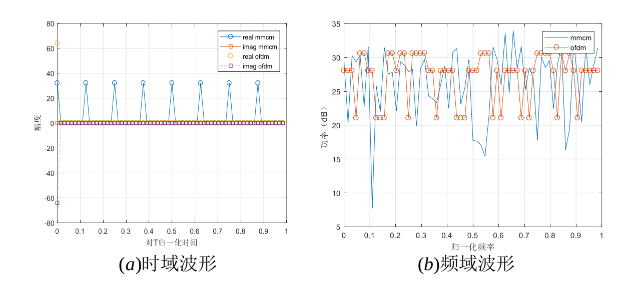
图 7 MMCM 解调方法

MMCM 解调方法相比于多带 Chirp-BOK 解调方法复杂度得到了大幅度降低。MMCM 调制实际上是将信源信息分布在多个连续的频点上。在增加合理短时平移正交信号作为扩频基后，在时-频域上，MMCM 信号相比于 Chirp-BOK 得到了充分填充与较高的时频空间利用率。这样使得 $J=P$ 条件下的 MMCM 调制的频谱利用率达到了 OFDM 相同的频谱利用率，但这同时，仿真表明 MMCM 也失去了原有的处理增益。但是在信源组个数 $J<P$ 的情况下，扩频信号 $\boldsymbol{s}$ 的带宽为 $N=PM$，而信源信号的总带宽为 JM，因此 MMCM 是具有一定的处理增益的，其增益值为 P/J。

3 仿真

3.1 时域、频域分析

这一节将分析比较相同条件下的 MMCM 与 OFDM 信号的时域、频域的波形，如图 8 所示。为了更好地分析比较信号，本仿真实验中设置 $J=8, P=8, M=8$。在时域分析中，将发射信源设置为 $1-1j$；在频域分析采中，将发射信源设置为随机信源。此外，上述数学分析为了公式编写简洁均对 M 归一化，本节所有仿真均乘回 M。



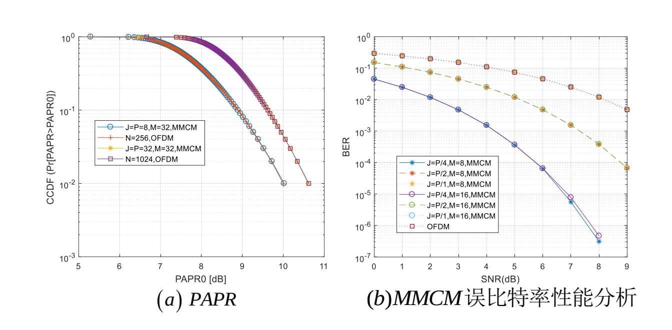
(a)时域波形 (b)频域波形

图 8 MMCM 与 OFDM 信号在时域/频域的一些比较

从图 8 (a)时域图可以看出频域上的常数信息对应时域上的一个窄脉冲，这符合传统的 OFDM 信号相关特性，而 MMCM 信号在时域上则表现为一连串脉冲，这是因为 MMCM 调制本质上是将信源信息组调制一连串频点上。从图 8 (b)时 MMCM 信号的频谱图可以看，基于傅里叶分析的 MMCM 信号功率谱具有较高的功率谱变化。

3.2 峰均比(PAPR) & 误比特率(BER)

这一小节采用 CCDF 衡量 MMCM 信号的峰均比指标。在这里，仿真结果表明，MMCM 与 OFDM 有相近的 PAPR 指标。且当信源组个数增多时，PAPR 随之增大，结果如图 9 所示。



(a) PAPR (b)MMCM 误比特率性能分析

图 9 MMCM-4QAM 与 OFDM-4QAM 性能分析比较

根据理论分析，MMCM 信号的处理增益为 P/J。仿真结果表明，对于 $J/P=1/2$，相比于 OFDM-4QAM 系统，在 BER=10^{-2} 情况下取得大约 3dB 信噪比增益；对于 $J/P=1/4$，相比于 OFDM-4QAM 系统，在 BER=10^{-2} 情况下取得大约 6dB 信噪比增益。当 $J=P$，MMCM 的处理增益为 0dB 即没有信噪比增益，误码曲线与 OFDM 一致，与理论分析一致。

4 结束语

本文首先引入限制条件 $N=PM$ 解决了多带 Chirp-BOK 传统匹配滤波法非相关项自干扰的问题；通过建立一种多带 Chirp 信号的数学模型提出一种调制方案；根据该数学模型，基于最小二乘法提出一种检测方法，该检测方法不受 Chirp-BOK 的约束条件 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{o}_M-\boldsymbol{b}$ 限制。其次通过进一步填充时频空间，提出一种基于短时平移正交 Chirp 信号的多带多载波 Chirp 调制方案（MMCM）。对于接收端，利用矩阵 $\boldsymbol{C}_j$ 的正交性，得出 MMCM 信号的解调方案，相比于传统的 Chirp-BOK 匹配方法，得到了进一步的简化。在信源组个数 J 与时带宽积 P 相等的情况下，MMCM 的频带利用率与 OFDM 系统一致；对于信源组个数 J 小于时带宽积 P 的情况下，接收端具有 P/J 倍处理增益。这为多用户设计、雷达通信一体化设计提供了思路。

参考文献：

[1] Cheng Shengjuan, Wang Wenqin, So H C. MIMO radar OFDM chirp waveform diversity design with sparse modeling and joint optimization [J]. Multidimensional Systems & Signal Processing, 2015, 28 (1): 1-13.

[2] Li Baosheng, Zhou Shengli, Stojanovic M, *et al.* Multicarrier communication over underwater acoustic channels with nonuniform Doppler shifts [J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2008, 33 (2): 198-209.

[3] Dongare A, Hesling C, Bhatia K, *et al.* OpenChirp: a low-power wide-area networking architecture [C]// Proc of IEEE International Conference on Pervasive Computing and Communications. 2017: 569-574.

[4] Vangelista L. Frequency shift chirp modulation: the LoRa modulation [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2017, PP (99): 1.

[5] Karapistoli E, Tsetsinas I, Tsetsinas I, *et al.* An overview of the IEEE 802. 15. 4a standard [J]. Communications Magazine IEEE, 2010, 48 (1): 47-53.

[6] Winkler M. Chirp signals for communications [C]// Proc of IEEE WESCON Conference. Piscataway: IEEE Press, 1962: 14-17.

[7] Berni A J, Gregg W D. On the utility of Chirp modulation for digital signaling [J]. IEEE Trans on Communications, 1973, 21 (6): 748-751.

[8] 樊孝明 汪沂. 基于 FPGA 的高速多带 ChirpBOK 信号的产生与实现 [J]. 电视技术, 2014, 38 (15): 80-83. (Fan Xiaoming, Wang Yi. Generation and realization of high speed multi-band ChirpBOK based on FPGA [J]. Video Engineering, 2014, 38 (15): 80-83.)

[9] Wang W Q, Zheng Z, Zhang S. OFDM chirp waveform diversity for co-designed radar-communication system [C]// Proc of Radar Symposium. 2017.

[10] Ouyang Xing, Zhao Jian. Orthogonal Chirp division multiplexing for coherent optical fiber communications [J]. Journal of Lightwave Technology, 2016, 34 (18): 4376-4386.

[11] Gaglione D, Clemente C, Ilioudis C V, *et al.* Fractional fourier based waveform for a joint radar-communication system [C]// Proc of Radar Conference. 2016: 1-6.

[12] Martone M. A multicarrier system based on the fractional Fourier transform for time-frequency-selective channels [J]. IEEE Trans on Communications, 2001, 49 (6): 1011-1020.

[13] Pinkney J. Low complexity indoor wireless data links using chirp spread spectrum [D]. Calgary, Canada: University of Calgary, 2003.

[14] Krieger G. MIMO-SAR: opportunities and Pitfalls [J]. IEEE Trans on Geoscience & Remote Sensing, 2014, 52 (5): 2628-2645.